

OPTIMIZACIJA RUTE TRANSPORTA KOMUNALNOG OTPADA U GRADSKIM SREDINAMA KORIŠĆENJEM GENETSKIH ALGORITAMA

OPTIMIZATION OF VEHICLE ROUTING OF COMMUNAL WASTE IN URBAN ENVIRONMENT USING GENETIC ALGORITHM ^{*)}

Aleksandar Đorđević¹⁾, Miladin Stefanović²⁾,
Aleksandar Aleksić³⁾, Snežana Nestić⁴⁾

Rezime: Trenutni efekti brzog razvoja, velika gustina naseljenosti u velikim stanbenim sredinama i pritisci organizacija za zaštitu životne sredine, kreiraju izazovni okvir za upravljanje otpadom u modernim gradovima. Složenost procesa skupljanja otpada je velika, pa samim tim predstavlja veliku brigu gradskim vlastima u pogledu skupljanja, transporta i daljeg procesuiranja čvrstog otpada. U ovom radu, autori su predstavili genetski algoritam koji vrši optimizaciju putanje kamiona određenih kapaciteta za odnošenje smeća. Ova metoda vrši pretragu nad skupom mogućih rešenja, i iz skupa pokušava da izdvoji rešenje sa minimalnom putanjom i maksimalnim iskorišćenjem kapaciteta kamiona koji su na raspolaganju. Testiranje je izvršeno za nekoliko različitih varijanti problema broja kamiona, kapaciteta kamiona i broja i položaja lokacija prikupljanja otpada.

Cljučne reči: upravljanje otpadom, optimizacija putanje, genetski algoritmi

Abstract: Current effects of rapid development, high population density in large residential areas and pressures organizations to protect the environment, create a provocative framework for waste management in modern cities. The complexity of the process of garbage collection is large, and therefore a major concern by public authorities in terms of collection, transport and further processing of solid waste. In this paper, the authors have presented a genetic algorithm that optimizes the path of trucks specific capacity for garbage collection. This method performs a search over the set of possible solutions, and the set is trying to extract the solution with minimal trajectory and maximum capacity utilization of trucks that are available. Testing was done in a few different varieties of trouble trucks, truck capacity and the number and location of sites for waste collection.

Key words: waste management, path optimization, genetic algorithms

1. UVOD

U modernim gradovima gde je zahtev za skupljanjem otpada veliki, dinamički tranzitni sistem koji se sastoji iz velikog broja linija za transfer otpada od uličnih kontejnera do depoa je neophodan. Glavni problem jeste kreiranje mreže ruta što manje dužine, kojima će se kretati kamioni, kako bi opslužili sve kontejnere sa što boljim iskorišćenjem ukupnog kapaciteta svih kamiona, koji su na raspolaganju (D. V. Tung & A. Pinnoi 2000).

Navedeni problem ima dve podgrupe odnosno dva seta važnih pitanja. Jednu grupu čine logističkih problemi utovara i istovara (Katja Buhrkal et al., 2012), dok je druga grupa problema problema vezana za optimizaciju ruta kamiona sa ograničenim kapacitetom (eng. *capacitated vehicle routing problem, CVRP*), kao specijalan slučaj problema optimizacija ruta (eng. *vehicle routing problem, VRP*).

Najjednostavniji VRP su prvi put predstavljeni od strane Dantzing-a i Ramset-a (1958), gde je cilj bio pronalaženje optimalnog skupa ruta za vozni park

1) Aleksandar Đorđević, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac, mail: adjordjevic@kg.ac.rs

2) Prof. dr Miladin Stefanović, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac, mail: miladin@kg.ac.rs

3) dr Aleksandar Aleksić, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac, mail: aaleksic@kg.ac.rs

4) Snežana Nestić, Univerzitet u Kragujevcu, Fakultet inženjerskih nauka Kragujevac, mail: s.nestic@kg.ac.rs

*) Ovaj rad je nastao kao rezultat istraživanja na projektu TR 44010 koga finansira Ministarstvo za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije.

sa ciljem zadovoljenja većeg broja korisnika. Tako da je VRP u širem smislu počeo da obuhvata čitavu klasu problema, kod kojih je potrebno odrediti skup putanja voznog parka, stacioniranog na jednom ili više različitih depoa za određeni broj geografskih lokacija koje treba opslužiti. Zbog sveukupne prisutnosti u oblastima transporta, distribucije i logistike VRP se izdvaja kao jedan od najizazovnijih kombinaciono optimizacionih problema (Geetha Shanmugam, 2011). Bolje kreirana mreža ruta dovodi do smanjenja potrošnje goriva (tj. novčanih sredstava), čistije okoline, boljeg kvaliteta usluge i bolje pokrivenosti terena. Model razvijen u MatLabu, opisan u ovom radu, kao optimizacioni metod koristi genetski algoritam (GA) pomoću kojeg se vrši optimizacija iskorišćenja kapaciteta kamiona i optimizacija njihovih ruta.

Genetski algoritmi se u poslednjih nekoliko godina često koriste kao optimizaciona metoda za rešavanje ovog i sličnih problema (R.J. Kuo et al., 2012), pa je shodno tome u poglavlju 2 dat pregled literature koja se odnosi na primenu Genetskih algoritama i drugih sličnih heurističkih metoda koja se koristi za optimizaciju VRP-a, CVRP-a i problem prikupljanja otpada (PPO). Poglavlje 3 daje matematički i teorijski opis primenjenog genetskog algoritma. Poglavlje 4 daje prikaz primene optimizacione GA metode na konkretnom problemu, dok poglavlje 5 zaključuje rad.

2. PREGLED LITERATURE

Mnogi istraživači su proučavali tri glavna logistička problema, lociranje objekata, menadžment inventarom i VRP, i rešavali ih od strateškog do operacionog nivoa. Međutim, između ovih problema postoji visoka korelacija, pa se moraju rešavati simultano, kako bi se minimizirali ukupni troškovi u kreativnoj fazi logističkog sistema (Seyed Hossein Hashemi i Abbas Seifi, 2013). Od same pojave integrisanih logističkih sistema osamdesetih godina, VRP bez sumnje postaje jedan od naj-proučavanijih problema u oblasti operacionih istraživanja (Aksen i Altinkemer, 2008, Prodhon, 2011, Barreto et al., 2007, Albareda-Sambola et al., 2007).

Pošto su VRP NP-težine za rešavanje ovih problema najčešće se koriste heurističke (Battarra, 2010) i metaheurističke metode (Baldacci R., et al. 2010). Od metaheurističkih metoda za rešavanje VRP se najčešće primenjuju metoda kolonije mrava (Reimann et al., 2004, Yu et al., 2008), metoda roja čestica (Kanthavel i Prasad, 2011; Shanmugam et al., 2010; Srichandum i Rujirayanyong, 2010) i metoda GA (Sarabian and Lee, 2010; Nazif and Lee, 2010). Takođe, mnogi drugi prilazi su razvijeni kako bi se rešio ovaj

problem, kao na primer egzakti algoritmi, u koje spadaju algoritmi ogranaka i granica (Zhang et al., 2010) i algoritmi ogranaka i odsečaka (Bektas et al., 2009).

Kao specijalni slučajevi VRP, javljaju su složeniji nadograđeni problem, koji kao takvi mogu naći svoju primenu u praksi. Slični ili gotovo isti problem i pristupi rešavanju javljaju se u slučajevima kuriske dostave, lancima snabdevanja, hitnim uslugama (medicinskim, vatrogasnim), taksi uslugama i uslugama prikupljanja otpada.

Problem prikupljanja otpada tek u poslednjih nekoliko godina privlači pažnju istraživača (Katja Buhrkal, et al. 2012). McLeod i Cherrett (2008) tvrde, da efikasna strategija prikupljanja otpada nije vitalna samo sa ekonomskog stanovišta, veći i sa stanovišta zaštite životne sredine zbog smanjena emisije štetnih gasova. Uobičajen prilaz je da se model prikupljanja otpada posmatra kao VRP (Chang i Wei, 2002, Kim et al., 2006, Nuortio et al., 2006). U teoriji i praksi često se koristiti stohastička varijanta VRP-a (Nuortio et al. 2006), jer je količina otpada u kontejnerima visoke varijabilnosti, a metoda koja se koristi je metoda rutiranja čvorova. Gde se svaki čvor posmatra posebno i pretstavlja poziciju kontejnera, iz kojeg se otpad prikuplja.

Drugi oblik složenijeg problema VRP, koji se koristi za prikupljanje otpada, jeste VRP sa vremenskim „prozorima“. Vremenski prozori uključuju zaustavljanja za pauze i poslove utovara otpada. Ovu vrstu problema moguće je rešavati pomoću algoritma baziranog na klasterima (Kim et al., 2006). Karadamis et al. (2007) takođe naglašava važnost efikasnosti procesa prikupljanja otpada, jer 60% do 80% od ukupnih troškova je utrošeno u toku samog procesa prikupljanja otpada. Kako bi rešio ovaj problem navedeni autori su koristili algoritam kolonije mrava. Gde, mravi (kamioni) pokušavaju da nađu najoptimalniju rutu za dati skup lokacija kontejnera. Postupak zahteva kreiranje inicijalnog slučajnog kruženja, kroz čitavu oblast skupljanja otpada i ostavljanja „fermonskog traga“ u vidu inteziteta nadenog rešenja u pređenim kilometrima. Ruta sa najvećom fermonskom gustinom je ruta koja će najverovatnije biti praćena od ostalih veštačkih mrava, kako bi se pronašle bolje rute.

U poslednje vreme za rešavanje problema optimizacije prikupljanja čvrstog otpada u gradovima, koriste se i geografski informacioni sistem (GIS). Za formulaciju ovog modela, potrebno je izvršiti prikupljanje podataka o lokacijama kontejnera i podataka o putevima. Uspeh pri donošenju odluka kod ovakvog modela zavisi umonogome od kvantiteta i kvaliteta dostupnih podataka (Chalikis i Lasaridi, 2009). Ovakva vrsta pristupa, daje zaključke vredne

pažnje, koji govore o tome da je potrošnja goriva u znatno većoj korelaciji sa vremenom potrebnim za prikupljanje otpada i sa brojem kontejnera koji se nalaze na ruti, nego sa ukupnom dužinom rute (Mes M., 2011).

Problem je moguće posmatrati i kao kapacitativni VRP, tj. CVRP, koji ima ograničenje u pogledu kapaciteta kamiona i radnih sati, za ovak slučaj moguće je koristiti metode pretrage kao što su tabu pretraživanje, fazzi logika i genetski algoritmi. Za unapređenje rešavanja problema prikupljanja otpada (PPO) i CVRP koriste heurističke metode zajedno sa fazzi promenljivama, jer se na taj način mogu modelirati nedpredvidivi podaci (McLeod i Cherrett, 2008).

3. MATEMATIČKI OPIS PROBLEMA PPO I GA

3.1 Problem prikupljanja otpada

Opošta formulacija problem prikupljanja otpada je identična formulaciji CVRP, pa se može definisati grafom $G=(V, E)$ sa $V = \{0, 1, \dots, n\}$ skupom tačaka i E skupom linija koje ih povezuju. Skup tačaka $i = 1, \dots, n$ predstavlja skup lokacija sa kojih je potrebno sakupiti otap. Tačka 0 predstavlja depo, dok n predstavlja ukupan broj lokacija. Svaka od lokacija ima ne-negativnu količinu otpada koju treba pokupiti d_i ($i=1, \dots, n$). Ove lokacije treba opslužiti voznim parkom, koji čini skup kamiona $H(1, 2, \dots, h)$, različitih kapaciteta C_k ($k=1, \dots, h$). Ne-negativni troškovi putovanja c_{ij} su vezani za svaku liniju $(i,j) \in E$ i predstavljaju udaljenost od tačke i do tačke j za svako $i \neq j$.

Cilj PPO je određivanje skupa minimalnih troškova putanja koje zadovoljavaju sledeće uslove:

- 1) Svaka ruta pocinje i završava se na depou.
- 2) svaki kontejner može i ne mora biti posećen od strane jednog ili više kamiona, što je razlika u odnosu na ostale radove iz literature, kod kojih je jedna lokacija može biti posećena od strane samo jednog vozila (C.-C. Lu i V. F. Yu, 2012).
- 3) kumulativno opterećenje svakog kamiona L_k ne sme prevazići njegov kapacitet C_k u bilo kojoj tački njegove rute (nakon prikupljanja otpada sa tačke i , L_k će se povećati za količinu otpad koja se nalazi na toj lokaciji, d_i).

Problem se dalje može formulirati kao mešoviti celobrojni program (eng. mixed-integer program). Pretpostavlja se da su svi parametri ne-negativni brojevi, i da su brojevi kontejnera i kamiona celobrojne vrednosti.

Promenljive koje su bitne za donosioca odluke su:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{Ako vozilo } k \text{ posećuje lokaciju } j \end{cases}$$

odmah nakon lokacije i
U suprotnom

$$y_{ik} = \begin{cases} 1 & \text{ako je lokacija } i \text{ posećena od strane} \\ & \text{kamiona } k \\ & \text{U suprotnom} \\ 0 & \end{cases}$$

Formulisani model:

Minimizacija Funkcije

$$(1) \sum_{k=1}^h \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ijk}$$

uz ograničenja:

$$(2) \sum_{i=0}^n x_{i0k} - \sum_{j=0}^n x_{0jk} = 0 \quad \forall k = 1, \dots, h$$

$$(3) \sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^h x_{ijk} \geq 1 \quad \forall j = 1, \dots, n$$

$$(4) \sum_{j=0}^n \sum_{k=1}^h x_{ijk} \geq 1 \quad \forall i = 1, \dots, n$$

$$(5) \sum_{j=1}^n x_{0jk} \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, h$$

$$(6) \sum_{i=0}^n x_{ijk} = y_{jk} \quad \forall j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, h$$

$$(7) \sum_{j=0}^n x_{ijk} = y_{ik} \quad \forall i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, h$$

$$(8) \sum_{i=1}^n d_i y_{ik} \leq C_k \quad \forall k = 1, \dots, h$$

Ciljna funkcija iz jednačina (1) služi za minizaciju ukupnog pređenog puta, dok uslov iz jednačine (2) garantuje da se svaki kamion koji krene sa depo vraća u taj isti depo. Ograničenja iz jednačina (3) i (4) obezbeđuju da svaka lokacija sa kontejnerom bude posećena bar jednom, a ako je potrebno i više puta. Ograničenje iz jednačine (5) definiše da je moguće koristiti najviše h vozila. Jednačine (6) i (7) izražavaju odnos između promenljivih od značaja donosiocu odluke. Uslov iz jednačine (8) garantuje da se maksimalna kapacitet kamiona ne pređe.

Sve promenljive osnovnog PPO se smatraju determinističkim (R.J. Kuo, et al., 2012). Bilo kako bilo, u realnim problemima, mnogi problem poput PPO susreću se sa podacima koji su dinamički. Zato je veliki broj pristupa koncentrisan na rešavanje ovog i sličnih problema, koji spadaju VRP grupu (Burak 2009). Jedan od načina rešavanja problema jeste primena višeciljnog optimizacionog genetskog algoritma nad skupom podataka uzetih iz realnog sveta (Ombuki-Berman, et al 2007). U ovom radu autori su na sličan način prikazali primenu GA.

3.2 Opis primenjene metode genetskog algoritma za pronalaženje optimalne rute

Genetski algoritmi su populaciono bazirani algoritmi pretrage, koje je prvi put u svojoj knjizi predstavio Holand (1975). GA je dobro poznata meta-heuristička metoda, koja se koristi za pronalaženje najoptimalnije rute. Populacija mogućih rešenja je sačinjena od individua, individue se u literaturi genetskih algoritama nazivaju hromozomima.

Za kodiranje hromozoma u literaturi su najčešće korišćeni binarni nizovi, ali su u ovom radu za kodiranje korišćene celobrojne vrednosti, gde svaki gen, u okviru hromozoma, predstavlja lokaciju kontejnera, koju treba posetiti. Ceo hromozom korespondira mogućem rešenju, koje sadrži skup izvodljivih ruta, od kojih svaka sekvenca predstavlja lokacije koje je posetio jedan kamion iz voznog parka. U okviru genetskog algoritma nad hromozomima se vrše genetski procesi selekcije, ukrštanja i mutacije.

Algoritam počinje generisanjem slučajne inicijalne populacije rešenja, hromozoma. Autori rada su u ovom algoritmu formirali svaki hromozom tako da ima svoj glavni izgled i masku koja mu korespondira. Hromozomi se formiraju na ovaj način, jer glavni izgled hromozoma služi za izvršenje genetskih procesa, ali se ne može koristiti za određivanje podobnosti (fintes-a) hromozoma, zato se formira maska hromozoma koja služi za određivanje podobnosti hromozoma, ali ne i za izvršenje genetskih operatora. U slučaju rutiranja, podobnost jednog hromozoma u odnosu na neki drugi hromozome jeste veća, ako je ukupna dužina ruta svih kamiona tog hromozoma manja u odnosu na ukupnu dužinu ruta svih kamiona drugog hromozoma. Podobnost hromozoma služi za njihovo rangiranje i proces selekcije, odnosno dalje učestvovanje u iteracijama genetskog algoritma.

Svaki hromozom, odnosno njegov glavni izgled je konstruisan od slučajno izabranih lokacija kontejnera koje treba posetiti, s tim što je prva lokacija u hromozomu lokacija depoa (označena brojem 1).

Maska hromozoma nastaje na osnovu glavnog izgleda hromozoma, ali se njen izgled menja kako bi se ispoštovao uslov da se maksimalni kapacitet kamiona ne sme preći.

Kreiranje maske počinje proveravanjem do koje lokacije bi prvi kamion, koji je na raspolaganju, popunio svoj kapacitet, nakon tog popunjavanja vraća se do depoa, u tom trenutku se nakon njegove poslednje posećene lokacije u okviru maske hromozoma umeće se broj jedan, koji predstavlja lokaciju depoa, i to na sledeći način

- ako je kamion pokupio sav otpad sa poslednje lokacije i , jedinica će biti umetnuta između pozicija u hromozomu koje predstavljaju poslednje posećenu i i sledeće lokacije j (tj. i 1 j),
- ako kamion nije pokupio sav otpad, pozicija poslednje posećene lokacije i se duplira, kako bi sledeći kamion mogao da je poseti, a broj 1 se umeće između sada

duplirane poslednje posećene lokacije u hromozomu (tj. i 1 i).

Ovaj postupak se ponavlja dok se otpad ne pokupi sa svih lokacija. Time je ispunjen uslov da se maksimalni kapacitet kamiona neće preći. Na taj način se formira izgled maski svih hromozoma i može se odrediti ukupna dužina svih ruta, tj. određuje se podobnost glavnog hromozoma za njegov opstanak u sledećoj generaciji. Primer glavnog izgleda hromozoma i njemu odgovarajuća maske dati su na slici 1.

Hromozom

a) Glavni izgled hromozoma

1	6	9	2	5	8	7	4	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---

b) Formirana maska hromozoma

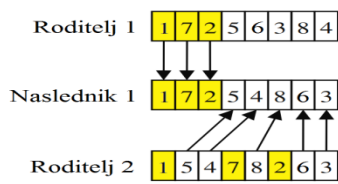
1	6	9	1	1	2	5	8	1	1	8	7	4	3	1
Ruta 1				Ruta 2				Ruta 3						

Slika 1. Mogući izgled hromozoma

Prvi proces koji sledi nakon formiranja inicijalne populacije jeste selekcija. Proces selekcije hromozoma se vrši na osnovu već pomenute podobnosti hromozoma. Što je vrednost podobnosti hromozoma bolja, to je i šansa hromozoma da učestvuje u formiranju sledeće generacije veća. Selektovani hromozomi ulaze u sledeći proces koji se odvija, a to je ukrštanje.

Ukrštanje je proces koji se vrši nad parovima izabranih glavnih izgleda hromozoma, razmenom njihovih osobina, kako bi se formirali novi hromozomi. Pomoću operacije ukrštanja, novi hromozomi (potomci) se mogu generisati pomoću tri metode (metoda ukrštanja u jednoj tački, metoda ukrštanja u dve tačke i metoda uniformnog ukrštanja) za razmenu delova roditeljskih hromozoma.

Autori su koristili proces ukrštanja u jednoj tački, čime su roditeljski hromozomi deljeni na dva dela. Ako je n broj gena u hromozomu, onda je broj mogućih tačaka za ukrštanje $n-1$. Svaka od ovih tačaka ima jednaku mogućnost da bude odabrana za ukrštanje. Lokacije kontejnera sa jedne strane roditelja (svaka strana se bira sa jednakom verovatnoćom) se direktno prenose na naslednike, a ostale lokacije se dodaju istim redom kojim se pojavljuju u drugom roditelju (Murata i Ishibuchi, 1994). Nakon što se uloge roditelje izmene, ista procedura se ponavlja za drugog naslednika. Ilustracija procesa ukrštanja data je na slici 2.



Slika 2. Prikaz procesa ukrštanja

Nakon ukrštanja sledi mutacija. Mutacija se koristi za generisanje i zamenu slučajno odabranog starog glavnog izgleda hromozoma iz populacije novim glavnim izgledom hromozoma. Čime se dobija na povećanju raznolikosti karakteristika u čitavoj populaciji hromozoma.

Verovatnoća ukrštanja se najčešće predstavlja stopom ukrštanja. Stopa ukrštanja je obično relativno veliki broj iz opsega [0,1] kako bi se obezbedilo generisanje novih hromozoma. Mutaciona stopa je obično relativno niži broj iz opsega [0,1], što omogućuje da se dobra rešenja iz prethodne generacije ne promene previše.

Kada se formiraju novi glavni izgledi hromozoma pomoću ukrštanja i mutacije za njih se ponovo određuju maske, a zatim i njihova podobnost.

Procesi određivanja podobnosti, selekcije, ukrštanja i mutacije se vrše sve dok se ne postigne unapred definisan broj generacija, tj. iteracija.

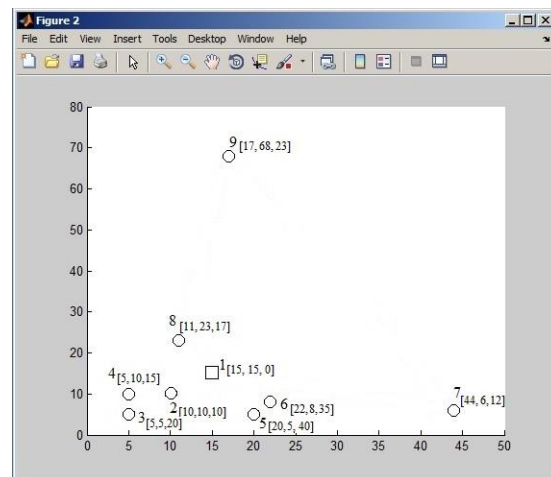
Pseudo kod korišćenog genetskog algoritma prikazan je ispod.

Pseudo kod genetskog algoritma
Generiši inicijalnu populaciju hromozoma
Rangiraj inicijalnu populaciju na osnovu podobnosti maski hromozoma
Ponavljaj
Selektuj parove roditeljskih hromozoma na osnovu njihovog ranga
Izvrši ukrštanje genetskog materijala roditelja
Izvrši mutaciju slučajno izabranog hromozoma
Kreiraj makse novih hromozoma
Odredi podobnost novih hromozoma na osnovu njihovih maski
Izvrši rangiranje hromozoma
Dok se ne postigne uslov zaustavljanja.

Uslov zaustavljanja se može definisati brojem generacija genetskog algoritma ili nekom željenom vrednošću koju treba postići. U ovom radu autori su koristili definisan broj generacija, kao kriterijum zaustavljanja algoritma.

4. ILSUTRATIVNI PRIMER

Kao ilustrativni primer uzet je slučaj koji je prikazan na slici 3. Lokacija 1 je rezervisana za depo, a ostale lokacije su lokacije na kojima se nalaze kontejneri. Svaka lokacija pored brojne oznake, sadrži još tri parametra. Prva dva parametra predstavljaju koordinate lokacija, a treći parametar predstavlja količinu otpada koju treba pokupiti sa te lokacije. Za prikupljanje otpada u ovom primeru uzeta su tri kamiona $k=3$ različitih kapaciteta $C_1 = 50$, $C_2 = 80$ i $C_3 = 60$.



Slika 3. Polazni problem

Uz pomoć algoritma, izvršene su tri pretrage sa različitim parametrima. Parametri algoritma su dati u tabeli 1.

Tabela 1. Parametri genetskog algoritma

Slučaj	Populacija	Deo populacije koji učestvuje u rekombinaciji
1.	300	0.5
2.	200	0.6
3.	200	0.8
Slučaj	Stopa mutacije	Broj iteracija
1.	0.005	250
2.	0.02	200
3.	0.01	200

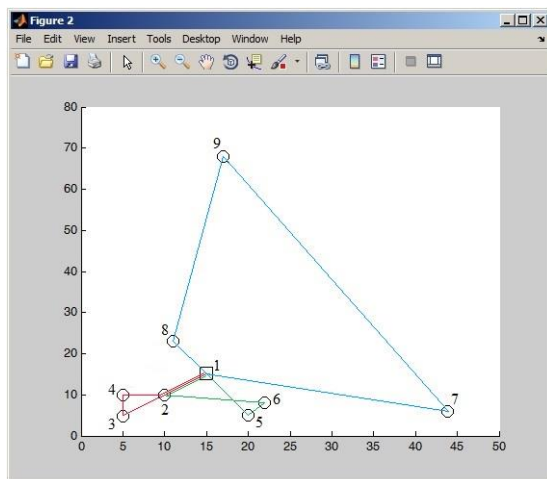
Rezultati koji su dobijeni na osnovu zadatih parametara, uz poštovanje uslova da se kapacitet kamiona ne sme preći, za sve tri pretrage prikazani su u tabeli 2.

Tabela 2. Rezultati pretraga

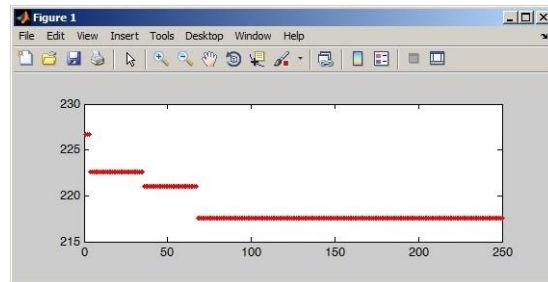
Prva pretraga		
Vozilo br.	Duzina rute	Slučaj 1 ruta
1.	31.2132	1 – 3 – 4 – 2 – 1
2.	34.0225	1 – 2 – 6 – 5 – 1
3.	152.3309	1 – 7 – 9 – 8 – 1
Σ	217.5666	
Druga pretraga		
Vozilo br.	Duzina rute	Slučaj 2 ruta
1.	31.2132	1 – 3 – 4 – 2 – 1
2.	31.7565	1 – 2 – 5 – 6 – 1
3.	152.3309	1 – 8 – 9 – 7 – 1
Σ	215.3006	
Treća pretraga		
Vozilo br.	Duzina rute	Slučaj 3 ruta
1.	30.3225	1 – 4 – 3 – 2 – 1
2.	31.7565	1 – 2 – 5 – 6 – 1
3.	152.3309	1 – 7 – 9 – 8 – 1
Σ	214.4099	

Na osnovu dobijenih podataka može se zaključiti da je najbolje rezultate dala treća pretraga, sa srednjom stopom mutacije i sa najvećom stopom ukrštanja.

Radi lakše preglednosti i tumačenja rezultat iz tabele 2. rešenja su prikazana i na slikama 4a, 5a i 6a u obliku grafikona za sva tri slučaja pretrage, a na slikama 4b, 5b i 6b su prikazane odgovarajuće ukupne dužine ruta po iteracijama u okviru genetskog algoritma.



Slika 4.a Grafikon na osnovu prve pretrage



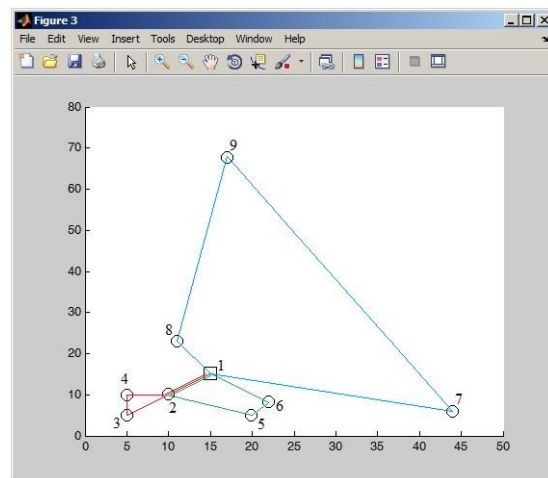
Slika 4.b Dužina svih ruta po generacijama za prvu pretragu

Na slikama su rute različitih kamiona predstavljene različitim bojama. Tako je kretanje prvog kamiona ($k=1$) predstavljeno crvenom, drugog ($k=2$) zelenom i trećeg ($k=3$) plavom bojom.

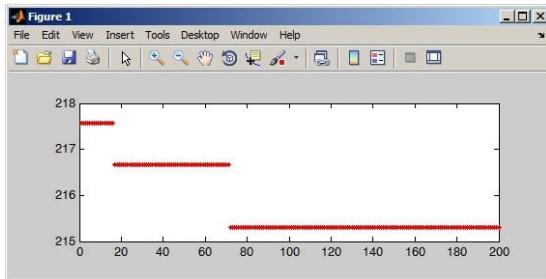
Sa slike 4a može se zaključiti zašto prva pretraga daje optimalno rešenje sa nadjužom rutom. Rešenje je najduže jer:

- vozilo $k=1$ prolazi dva puta kroz lokaciju 2, prvi put kada ide ka lokacije 3 i drugi puta u povratku, kada bi trebalo da pokupi otpad sa lokacije 2.
- vozilo $k=2$ prvo posećuje lokaciju 6, a zatim lokaciju 5, što dovodi do ukrštanja putanje i znatnog produženja rute.

Sa slike 4.b može se zaključiti da se do optimalnog rešenja dolazi između 50 i 100 iteracije id a algoritam nakon toga stagnira. Tj. ostaje pri tom rešenju do kraja pretrage.



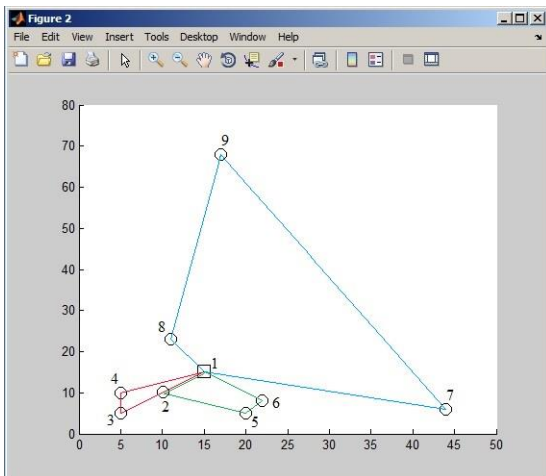
Slika 5.a Grafikon na osnovu druge pretrage



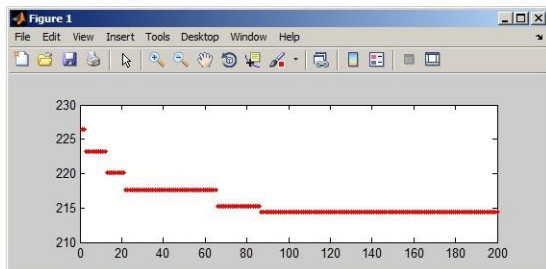
Slika 5.b Dužina svih ruta po generacijama za drugu pretragu

Slika 5a daje prikaz rešenja druge pretrage, dobijeno optimalno rešenje je kraće od rešenja iz prve pretrage, jer za razliku od rešenja prve pretrage nema ukrštanja putanje vozila $k = 2$. Vozilo $k = 1$ i u ovom slučaju dva puta prolazi kroz lokaciju 2.

Do optimalnog rešenja se u slučaju druge pretrage dolazi između 60 i 80 generacije (slika 5.a), nakon čega algoritam do kraja ostaje pri tom rešenju.



Slika 6.a Grafikon na osnovu treće pretrage



Slika 6.b Dužina svih ruta po generacijama za treću pretragu

Do najoptimalnijeg rešenje došlo se trećom pretragom. Sa like se može zaključiti da nema ukrštanja putanja, i da svako vozilo prolazi kroz svaku tačku maksimalnom jedanput. Interesantno je napomenuti da kroz lokaciju 2 prolaze dva vozila, ($k = 1$ i $k = 2$). Vozilo $k=1$ tu završava svoju rutu (ispunjava svoj maksimalan kapacitet i vraća se u depo), vozilo $k=2$ je započinje. Na ovaj način je napravljena razlika u odnosu na radove ostalih autora, u kojima jednu lokaciju može da poseti samo jedno vozilo.

Do najoptimalnije rešenje, dobijenog trećom pretragom, algoritam je došao posle 80 generacija (slika 6.b).

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu autori su predložili proceduru za rešavanje problema prikupljanja otpada. Problem prikupljanja otpada je okarakterisan kao logistički CVRP problem. Koji se smatra NP-teškim problemom, što podrazumeva da je za rešavanje ovog problema potrebno koristiti neku od heurističkih metoda optimizacije.

Za rešavanje problema korišćena je heurističkih optimizaciona metoda genetskog algoritma. Metoda se zbog svojih osobina:

- da kreće od relativno velike populacije mogućih rešenja,
- da lako može da prenebegne problem lutanja oko lokalnog optimuma tj. efikasno pretražuje skup mogućih rešenja pa je velika verovatnoća da će konvergirati ka globalnom optimumu i
- jednostavno se implementira.

pokazala kao dobra za rešavanje složenih problema, kod kojih je potrebno ispoštovati veći broj ograničenja i naći optimalno rešenje za veći broj željenih parametara.

U radu je opisan ilustrativni primer prikupljanja otpad, ali se čitav model može iskoristiti za rešavanje realnih problema. Što će dovesti do uštede novca, smanji će potrošnju goriva i emisiju štetnih gasova. Zato će dalji rad autora u ovoj oblasti biti usmeren ka realnoj primeni prikazanog problema.

LITERATURA

- [1] Aksen D., & Altinkemer K. (2008). A location–routing problem for the conversion to the “click-and-mortar” retailing: the static case. *European Journal of Operational Research*, 186(2), 554–575.
- [2] Albareda-Sambola M., Fernandez E., & Laporte G. (2007). Heuristic and lower bound for a stochastic location–routing problem *European Journal of Operational Research*, 179(3), 940–955.
- [3] Baldacci R., Toth P., & Vigo D. (2010). Exact algorithms for routing problems under vehicle capacity constraints. *Annals of Operations Research*, 175 (1), 213–45.
- [4] Barreto S., Ferreira C., Paixão J., & Santos B.S. (2007). Using clustering analysis in a capacitated location–routing problem *European Journal of Operational Research*, 179(3), 968–977
- [5] Battarra, M., (2010). Exact and heuristic algorithms for routing problems. *4OR: A Quarterly J. Operat. Res.* DOI: 10.1007/s10288-010-0141-9
- [6] Buhrkal K., Larsen A., & Ropke S., (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context, *Procedia – Social and Behavioral Sciences* 39, 241 – 254.
- [7] Buhrkal K., Larsen A., & Ropke S., (2012). The waste collection vehicle routing problem with time windows in a city logistics context, *Procedia – Social and Behavioral Science* 39, 241 – 254.
- [8] Burak E., Vural A., & Reisman A., (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review, *Computers & Industrial Engineering*, 57(4), 1472 – 1483.
- [9] Bektas, T., G. Erdogan, S. & Ropke, (2009). Formulations and branch-and-cut algorithms for the generalized vehicle routing problem. *Trans. Sci.*, DOI: 10.1287/trsc.1100.0352,
- [10] Prodhon C., (2011). A hybrid evolutionary algorithm for the periodic location–routing problem. *European Journal of Operational Research*, 210(2), 204–212
- [11] Chalkias, C., & Lasaridi, K. (2009). A GIS based model for the optimisation of municipal solid waste collection: the case study of Nikea, Athens, Greece, *WSEAS Transactions on Environment and development* 10(5), 6-14.
- [12] Chang, N.B., & Wei, Y. (2002). Comparative study between the heuristic algorithm and the optimization technique for vehicle routing and scheduling in a solid waste collection system. *Civil Engineering and Environmental Systems* 19 (10), 41-65.
- [13] Dantzig G.B., & Ramster J.H., (1959). Truck dispatching problem, *Management Science* 6, 80 – 91.
- [14] Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence.* Michigan Press.
- [15] Kuo R.J., Zulvia F., Suryadi K., (2012). Hybrid partical swarm optimization with genetic algorithm for solving capacitated vehicle routing problem with fuzzy demand – A case studz on garbage collection system, *Applied Mathematics and Computation* 219, 2574 – 2588.
- [16] Lu C. C., & Yu V., (2012). Data envelopment analysis for evaluating the efficiency of genetic algorithms on solving the vehicle routing problem with soft time windows, *Computers & Industrial Engineering*, 63, 520 – 529.
- [17] Mes M., (2012). *Using Simulation to Assess the Opportunities of Dynamic Waste Collection*, Beta Working Paper series 370,
- [18] Murata, T., & Ishibuchi, H. (1994). Performance evaluation of genetic algorithms for flowshop scheduling problems. In *Proceedings of the 1st IEEE conference on evolutionary computation* (Vol. 2, pp. 812–817). Orlando, FL, USA.
- [19] McLeod, F., & Cherrett, T. (2008). Quantifying the transport impacts of domestic waste collection strategies, *Waste Management* 28(11), 2271-2278.
- [20] Nazif, H. & L.S. Lee, 2010. Optimized crossover genetic algorithm for vehicle routing problem with time windows. *Am. J. Applied Sci.*, 7, 95-101. DOI: 10.3844/ajassp.2010.95.101

- [21] Nuortio, T., Kytöjoki, J., Niska, H., & Bräysy, O. (2006). Improved route planning and scheduling of waste collection and transport. *Expert Systems with Applications* 30 (2), 223-23
- [22] Ombuki-Berman B. M, Runka A., & Hansher F., (2007). Waste collection vehicle routing problem with time windows using multi-objective genetic algorithm, Brock University, Technical Report # CS-07-04, 91 – 97.
- [23] Reimann, M., K. Doerner & R.F. Hartl, 2004. Dants: Savings based ants divide and conquer the vehicle routing problem. *Comput. Operat. Res.*, 31, 563-591. DOI: 10.1016/S0305-0548(03)00014-5
- [24] Sarabian, M. & L.V. Lee, (2010). A modified partially mapped multicrossover genetic algorithm for two-dimensional bin packing problem. *J. Math. Stat.*, 6: 157-162. DOI: 10.3844/jmssp.2010.157.162
- [25] Shanmugam G., (2011). Meta Heuristic Algorithms for Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands, *Journal of Computer Science* 7, 533 – 542.
- [26] Sorensen K., & Schittekat P., (2013). Statistical analysis of distance-based path relinking for the capacitated vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, 3197–3205.
- [27] Tung D., & Pinnoi A., (2000), Vehicle routing-scheduling for waste collection Hanoi, *European journal of operational Research*, 449 – 468.
- [28] Yu, B., Yang Z.Z., & Yao B., (2008). An improved ant colony optimization for vehicle routing problem. *European J. Operation Research*, 196: 171-176. DOI: 10.1016/j.ejor.2008.02.028
- [29] Zhang, Z., H. Qin, A. Lim & S. Guo, (2010). Branch and bound algorithm for a single vehicle routing problem with toll-by-weight scheme. *Trends Applied Intell. Syst.*, 6098: 179-188. DOI: 10.1007/978-3-642-13033-5_19

Product Development and Business Support based on Models.

*) Deo rezultata prezentovanih u ovom radu ostvareno je u okviru projekta III 44010 finansiranog od strane Ministarstva za nauku i tehnološki razvoj Republike Srbije.

*) Research presented in this paper was supported by Ministry of Science and Technological Development of Republic of Serbia, Grant III-44010, Title: Intelligent Systems for Software